

## **MESLEK LİSESİ ÖĞRENCİLERİNİN DOĞRUSAL VE SABİT FONKSİYON İLE BUNLARIN GRAFİKSEL GÖSTERİMİNE İLİŞKİN ALGILARI**

**Vesife HATISARU**

Orta Doğu Teknik Üniversitesi  
Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi

**Bülent ÇETİNKAYA**

Orta Doğu Teknik Üniversitesi  
Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi

### **Özet**

Bu çalışmanın amacı öğrencilerin doğrusal ve sabit fonksiyon kavramı ile bunların grafiksel gösterimi algılarını belirlemektir. Çalışmaya, endüstri meslek lisesi 10.sınıfta öğrenim gören 130 öğrenci katılmıştır. Veriler bir gerçek yaşam durumu problemi ve öğrenci mülakatları aracılığıyla toplanmıştır. Verilerin analizinde nitel analiz yöntemleri kullanılmıştır. Çalışmanın bulguları meslek lisesi öğrencilerinin fonksiyonun tanım ve değer kümesi, sıralı ikililer, doğrusal ve sabit fonksiyon kavramı ile bunların grafiksel gösterimi konularında bazı temel güçlüklerinin olduğunu göstermektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Meslek liseleri, doğrusal ve sabit fonksiyon, grafiksel gösterim

## **VOCATIONAL HIGH SCHOOL STUDENTS' PERCEPTIONS ON LINEAR AND CONSTANT FUNCTION WITH THEIR GRAPHICAL REPRESENTATION**

**Vesife HATISARU**

Middle East Technical University

**Bülent ÇETİNKAYA**

Middle East Technical University

### **Abstract**

The purpose of the study was to examine students' perceptions on linear and constant function with their graphical representation. 130 students in grade 10 from an industrial vocational high school participated in the study. Data were collected via a real-life problem and interview. Qualitative methods were used for analyzing the data. The results indicated that students had some basic difficulties about the concept of functions, ordered pairs, linear and constant functions, and their graphical representations.

**Key Words:** Vocational high schools, linear and constant functions, graphical representation

## 1. GİRİŞ

Cebir'in öğrenme konularından biri olan fonksiyon kavramının matematikteki diğer konularla olan ilişkisinden dolayı okul matematiği için önemli, cebir müfredatı için de en gerekli kavram olduğu kabul edilmektedir (Harel & Dubinsky, 1992; O'Callaghan, 1998). Ayrıca fonksiyon kavramının analiz, diferansiyel denklemler, integral gibi matematiğin ileri birçok alanının doğrudan veya dolaylı bir parçası olduğu (Ponte, 1990) ve matematik öğrenimi için bir çerçeve oluşturduğu düşünülmektedir (Cooney & Wilson, 1993). Ulusal ve uluslararası orta öğretim müfredatlarının yönergeleri incelendiğinde de fonksiyon kavramının matematik için birleştirici ana bir fikir olarak kabul edildiği görülmektedir (Department for Education [DFE], 1997; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989, 2000; MEB, 2005).

Matematik için önemi kabul edilen ve birçok ülkede üzerine matematik müfredatının inşa edildiği fonksiyon kavramı günümüz cebir müfredatının önemli bir parçasıdır (Akkoç, 2006; Yerushalmy & Schwartz, 1993). Dolayısıyla ortaöğretim müfredatının (9–12. sınıflar) önemli amaçlarından biri öğrencilerin fonksiyonlar konusunda derin bir kavrayışa sahip olmasını ve temel bazı kazanımları edinmesini sağlamaktır (Demana, Schoen & Waits, 1993). NCTM (1989) bu kazanımlardan bazılarını: “cebirsal denklem, tablo ve grafiksel gösterimleri kullanarak ilişkileri açıklamak, fonksiyonun cebirsal denklem, tablo ve grafiksel gösterimlerini birbirine dönüştürmek ve fonksiyon grafiğindeki parametrelerin değişimini analiz etmek” (s.154) şeklinde açıklamıştır. Ülkemizde ortaöğretim 9.sınıf matematik dersi öğretim programında ise fonksiyonlarla ilgili temel kazanımlar şöyle sıralanmıştır. (a) fonksiyonu şema ile göstererek fonksiyonun tanım, değer ve görüntü kümelerini belirtir, (b) grafiği verilen bağıntılardan fonksiyon olanların tanım ve görüntü kümelerini belirler ve (c) birebir, örten, içine ve birim fonksiyonu ile sabit ve doğrusal fonksiyonu açıklar (MEB, 2005, s.68).

Fonksiyon kavramının orta öğretim matematik dersi öğretim programındaki kritik önemine rağmen öğrencilerin fonksiyonu kavramsal olarak anlamaları ve hedeflenen kazanımlara ulaşmaları kolay olmamaktadır; çünkü farklı birkaç sebepten dolayı fonksiyon kavramı öğrenciler için oldukça karmaşıktır. Bu sebeplerden birincisi bir fonksiyonun grafik, denklem, sözel ifade ve tablo gibi farklı temsillerle gösterilmesi; ikincisi fonksiyon kavramının tanım kümesi, değer kümesi, örtenlik, bire-bir olma, bileşke fonksiyon, ters fonksiyon gibi birçok alt kavramının bulunması; üçüncüsü ise bu kavramın kabul edilir farklı

tanımlarının bulunmasıdır (Wilson, 1991). Vinner' a (1983) göre ise birçok ders kitabında yer verilen küme eşlemesi temel alınarak yapılan fonksiyon tanımı\* öğrenciler için çok biçimsel ve soyuttur. Bu sebeple öğrenciler problem çözerken bunu ya unutmakta ya da göz ardı etmektedirler. Dolayısıyla alan yazınında öğrencilerin fonksiyon kavramını nasıl algıladıkları ve bu konudaki güçlüklerinin neler olduğuyla ilgili çalışmalar önemli olmuştur. Örneğin, Vinner (1983) çalışmasında kavram tanımı (concept definition) ve kavram görüntüsü (concept image) terimlerini ortaya atmıştır. Kavram tanımı bir kavramla ilgili matematikçilerin kabul ettikleri tanım; kavram görüntüsü ise o kavramla ilgili öğrencinin zihninde beliren görüntüdür. Çalışmada, öğrencilerin fonksiyonu birebir eşleme olarak algıladıkları ve fonksiyonun sadece bir formülünün ve grafiğinin bulunduğu dair bir kavram görüntüsüne sahip oldukları bulunmuştur. Evangelidou ve diğ. (2004) öğrencilerin fonksiyon anlamalarını incelemiştir. Çalışmanın bulguları öğrencilerin fonksiyon kavramı algılarının, fonksiyon kavramının matematiksel temeliyle bağlantılı olmadığını göstermiştir. Akkoç ise (2006) lise üçüncü sınıf öğrencilerinin matematik müfredatındaki fonksiyon tanımını, fonksiyonun “venn şeması gösterimi”, “sıralı ikililer”, “grafik” ve “denklem” gibi farklı gösterimlerinde nasıl kullandıklarını incelemiştir. Çalışmaya göre öğrenciler grafik ve denklem gösterimlerinde daha az başarılı olmaktadır.

Bu çalışmada öğrencilerin fonksiyonlar konusunda ortaöğretim programında belirlenen “doğrusal ve sabit fonksiyonu açıklar” kazanımını ne ölçüde edindikleri incelenmiş ve aynı zamanda fonksiyonun farklı temsillerinden biri olan grafiksel gösterimine ait öğrencilerin yaşadıkları güçlükler üzerine odaklanılmıştır.

### 1.1 Fonksiyonun Grafiksel Gösterimi

Fonksiyon kavramının tablo, cebirsel denklem ve grafik olmak üzere başlıca üç gösterimi bulunmaktadır (Romberg, Carpenter & Fennema, 1993). Bu gösterimlerden grafiksel gösterim oldukça önemlidir. Çünkü tarihsel olarak fonksiyonun grafiksel gösterimi başta analiz olmak üzere matematiğin diğer önemli alanlarının keşfi için anahtar bir gelişme sayılmış ve matematik eğitiminde öğrencilerin önündeki kritik bir basamak olarak gösterilmiştir (Demana, Schoen & Waits, 1993). Ayrıca grafiksel gösterim sayesinde öğrencilerin verilen grafiği manipüle ederek

\* “A ve B boş olmayan iki küme olmak üzere; A' nın her elemanını, B' nin yalnız bir elemanına eşleyen; A' dan B' ye bir f bağıntısına, A' dan B' ye fonksiyon denir” tanımını kastetmektedir.

fonksiyonu manipüle etmeyi öğreneceği, bu sayede daha derin ve zengin bir matematiksel anlamaya erişecekleri varsayılmıştır (Norman, 1993; Yerushalmy & Schwartz, 1993). Bu durumdan olsa gerek, Rider (2004) fonksiyonların öğretiminde grafik başta olmak üzere fonksiyonların yukarıda bahsedilen üç farklı sembolik gösteriminden yararlanılmasının önemini; Ponte (1990) ise özellikle cebirsel denklem ile grafiksel formlara önem verilmesi gerekliliğini savunmuştur. Ancak öğrenciler için fonksiyonun farklı gösterimlerini kavramak, fonksiyonun tablo ve cebirsel gösterimindeki değişkenler arasındaki ilişkiyi anlamlandırarak bunun grafiğe dönüştürülmesini sağlamak kolay değildir. Nitekim öğrenciler cebirsel gösterim ile grafiksel gösterim arasındaki ilişkiyi görmekte zorlanmakta (Norman, 1993) ve genellikle fonksiyonun grafiksel ve cebirsel denklem gibi dinamik gösterimlerini göz ardı ederek her bir gösterimi farklı bir konu olarak öğrenmeye çalışmaktadırlar (Thompson, 1994).

Ülkemizde yapılan çalışmalarda da öğrencilerin: fonksiyonun tanım, değer ve görüntü kümesini belirlemede; verilen bir grafiğin fonksiyona ait olup olmadığına karar vermede; örten fonksiyon ile içine fonksiyon arasındaki farkı belirlemede ve sabit fonksiyonun fonksiyon olup olmadığını ayırt etmede kavram yanlışlarına sahip oldukları bulunmuştur. Ayrıca öğrencilerin fonksiyonun sıralı ikililer, venn şeması, denklem ve grafik gibi farklı gösterimleri arasındaki dönüşümü yapamadıkları ve özellikle fonksiyonun grafiksel gösterimi konusunda güçlükleri olduğu görülmüştür (Yıldırım, 2003; Akkoç, 2006; Aydın ve Köğçe 2008; Tekin ve diğerleri, 2009). Bu çalışmada ise meslek lisesi öğrencilerinin doğrusal ve sabit fonksiyon ile bunların grafiksel gösterimini nasıl anlamlandırdıkları incelenmiştir.

## 1.2 Meslek Liseleri ve Matematik Eğitimi

Mesleki ve teknik eğitim, bireye bir mesleğin gerektirdiği bilgi, beceri ve uygulama yeteneklerini kazandırarak onu zihinsel, duygusal, sosyal, ekonomik ve kişisel yönleriyle dengeli biçimde geliştirme sürecidir (Alkan, Doğan ve Sezgin, 1998). Ülkemizde, mesleki ve teknik eğitim meslek liselerinde ve teknik liselerde verilmektedir. Mesleki ve teknik eğitimin önemli okul türlerinden biri olan meslek liselerinde, ilköğretimden mezun olan tüm öğrenciler öğrenim görebilmektedir. Bu okullar dört yıllık bir öğrenim süresine sahiptir ve okullarda, Metal Teknolojisi, Elektrik ve Elektronik Teknolojileri, Bilişim Teknolojileri, Ahşap Teknolojileri gibi alanlarda öğrencilere ortaöğretim seviyesinde mesleki derslerle birlikte Matematik, Dil ve Anlatım, Biyoloji gibi genel kültür ve genel yetenek dersleri verilmektedir. Ancak bu okullarda yapılan eğitimin öğrencilerin genel kültür ve genel yetenek dersleri

öğrenmelerini karşılamada yetersiz kaldığı düşünülmektedir. Köse (1996), bu durumu öğrencilerin 1995 yılı Öğrenci Seçme ve Yerleştirme Sınavı ortalama puanlarını inceleyerek ortaya koymuştur. Araştırmada, Türkiye’de bütün liselerin % 79’ unu oluşturan altı lise türünden (Anadolu liseleri, Türkçe eğitim yapan özel liseler, düz liseler, yabancı dilde eğitim yapan özel liseler, imam hatip liseleri ve endüstri meslek liseleri) bu sınava katılmış olan öğrencilerin ortalamaları incelenmiştir. Bu incelemede meslek liselerinin en düşük başarı ortalamasıyla, sözel ve sayısal dersler sıralamasında son sırada yer aldığı bulunmuştur.

Matematik öğrenimi meslek lisesi öğrencilerinin hem üniversiteye girişleri hem de mesleki hayatlarında başarılı olmaları için kritik bir yere sahiptir. Ancak meslek lisesi öğrencileri, matematiği öğrenilmesi zor, karmaşık formüllerden oluşan bir ders olarak algılamakta ve gerçek hayatta matematiğe ihtiyaçları olmadığını düşünmektedirler (Hatisaru ve Küçüktüran, 2009). Oysa endüstrinin temelinde matematik vardır ve bu sebeple de matematik mesleki ve teknik eğitim için oldukça önemlidir.

Cebir alanının temel kavramlarından biri olan fonksiyon kavramı matematikteki diğer konularla da derin ilişkili olması nedeniyle bu okullardaki öğrencilerin bilmesi gereken önemli bir kavramdır. Öte yandan, fonksiyon kavramının etkili bir şekilde öğretilmesi için meslek lisesi öğrencilerinin bu kavrama ilişkin algılamalarını belirlemek ve güçlüklerini tespit etmek gerekmektedir. Bu bağlamda, bu çalışmanın amacı meslek lisesi öğrencilerinin, doğrusal ve sabit fonksiyon kavramları ve bu fonksiyonların grafiksel gösterimi konularına ait algılarını tespit etmektir. Çalışmanın araştırma soruları aşağıdaki gibidir:

1. Meslek lisesi öğrencilerinin doğrusal fonksiyon kavramını ve grafiksel gösterimini algılamaları nasıldır?
2. Meslek lisesi öğrencilerinin sabit fonksiyon kavramını ve grafiksel gösterimini algılamaları nasıldır?

## 2. YÖNTEM

### 2.1 Çalışma Grubu

Bu çalışma, endüstri meslek lisesi elektrik-elektronik teknolojileri (ET) ve bilişim teknolojileri (BT) alanında öğrenim gören 130 onuncu sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmaya katılan öğrencilerin matematik dersi not ortalaması aynı okulun ahşap teknolojileri, otomotiv gibi diğer bölüm öğrencilerinin not ortalamasından yüksektir. Öğrencilerin yaş ortalaması yaklaşık 18’dir ve öğrencilerin tamamı 9. ve 10. sınıfta haftada dört saat (her biri 40 dakika) matematik dersi almışlardır.

**Tablo 1: Öğrencilerin öğrenim alanı ve cinsiyete göre dağılımları**

	Erkek	Kız	Toplam
ET	62	5	67
BT	58	5	63

## 2.2 Verilerin Toplanması

Çalışma iki aşamalı olarak yürütülmüştür. Birinci aşamada öğrencilerin, doğrusal fonksiyon kavramı ve grafiksel gösterimi ile sabit fonksiyon kavramı ve grafiksel gösterimini nasıl algıladıkları tespit edilmiş; ikinci aşamada ise bu tespitlerin nedenleri incelenmiştir. Bunun için birinci aşamada tüm öğrencilere doğrusal fonksiyon ve grafiksel gösterimi ile sabit fonksiyon ve grafiksel gösterimi konularını içeren “Kiralık Motosiklet” problem durumu verilmiştir. Öğrencilere uygulamanın amacının onların fonksiyonlar konusundaki algılarını tespit etmek olduğu ve sorulara verdikleri yanıtların not olarak değerlendirilmeyeceği açıklanmıştır. Uygulama öğrencilerin kendi matematik öğretmenleri tarafından matematik dersinde yapılmış ve toplam bir ders saati (40 d.k.) sürmüştür. Uygulama sonuçlarının ön analizi yapılmıştır. Ön analiz sonucunda öğrencilerin temel bazı güçlüklerinin olduğu görülmüştür. Teorik örneklemenin temel sorusu “Bu aşamadan sonra hangi grup veya alt gruplardan veri toplayabilirim?” (Glaser ve Strauss, 1967; Aktaran Seale, 2004; s: 242) olduğundan mülakat için 130 öğrenci arasından belirlenen güçlüklerle sahip olan ortalamanın üstünde (3), ortalama (3) ve ortalamanın altında (4) toplam 10 öğrenci seçilmiştir. İkinci aşamada seçilen bu 10 öğrenci ile mülakat yapılmıştır.

## 2.3 Veri Toplama Araçları

Çalışmada veriler, “Kiralık Motosiklet” problem durumu ve mülakatlar aracılığıyla toplanmıştır. Problem ve mülakat bu çalışmaya özgü yapılandırılmış ve aşağıda sunulmuştur.

### “Kiralık Motosiklet” problemi

Öğrencilerin doğrusal ve sabit fonksiyon kavramı ile bunların grafiksel gösterimi konularındaki algılarını belirlemek için “Kiralık Motosiklet” problemi hazırlanmıştır (bkz. Ek-1). Problem bir gerçek yaşam durumu içermektedir. Buna göre Atilla bir günün belli saatleri için farklı fiyat tarifelerine sahip olan iki ayrı firmanın birinden bir motosiklet kiralamak isteyecektir. Öğrencilerden istenen Atilla’nın motosikleti kiralayabileceği bu firmaların fiyat tarifelerini inceleyip değişkenler (x ve y) arasındaki ilişkiyi sayısal olarak tabloya aktarmaları ve bu ilişkiyi gösteren grafiği çizmeleridir. Bu vasıta ile öğrencilerin sözel olarak verilen fonksiyon

durumunu fark edip etmedikleri ayrıca bu fonksiyonu önce cebirsel bir denkleme ve sonra da grafiğe nasıl dönüştürdükleri incelenecektir.

### **Mülakat**

Nitel çalışmalarda yapılan mülakatların temel amacı katılımcının düşüncelerini derinlemesine araştırmaktır (Ginsburg, 1997). Bu yüzden görüşmeci katılımcılara açık uçlu sorular hazırlar. Bunun ötesinde yapılandırılmamış mülakat ikili bir sohbet temelinde gerçekleşir. Görüşmeci katılımcıya bir uzman gibi davranır. Onun değerlendirilme kaygısı taşımadan sorulara rahat bir şekilde cevap vermesini sağlar (Slavin, 2007). Mülakatlarda kullanılan sorular: “*Bunu nasıl yaptın?*”, “*Böyle olduğuna neye göre karar verdin?*”, “*Karar verirken nasıl düşündün?*” gibi öğrenci merkezli sorular olmalıdır (Ginsburg, 1997). Bu şekilde yapılandırılan mülakat süresince notlar alınır veya mülakatın ses veya video kaydı yapılır (Bogdan ve Biklen, 1998).

Bu çalışmada mülakatlar, çalışmanın ilk aşamasında elde edilen veriler çerçevesinde öğrencilerin “*Kiralık Motosiklet*” problemindeki sorulara verdikleri cevapların analizi sonucunda iki kısım halinde yapılandırılmıştır. Birinci kısımda katılımcıların: (a) fonksiyonun tanım ve değer kümesi, (b) tanım ve değer kümesi elemanlarının koordinat düzleminde hangi ekseninde gösterileceği, (c) doğrusal ve sabit fonksiyonun grafiksel gösterimi, konuları hakkındaki algılarını irdeleyen sorular kullanılmıştır. İkinci kısımda ise yarı yapılandırılmış mülakat aracılığıyla katılımcıların probleme verdikleri cevapları irdeleyen sorular sorulmuştur. Mülakatlarda sorulan sorulara örnekler Şekil 1’de verilmiştir.

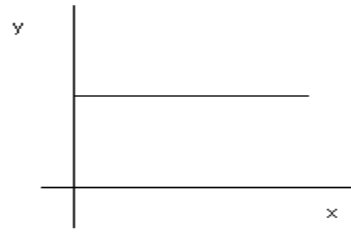
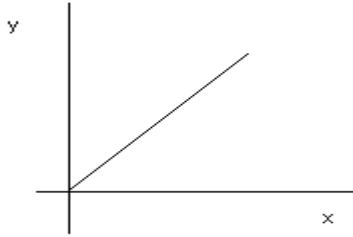
Mülakatların amacı öğrencilerin algılarının sebeplerini araştırmaktır. Bu sebeple mülakatlarda “*Niçin?*”, “*Bununla ne demek istedin?*”, “*Bir örnekle açıklayabilir misin?*” v.b. araştırma soruları sıklıkla kullanılmıştır. Mülakatlarda, hazırlanan sorulara bağlı kalınmış ancak öğrencilerin cevaplarına göre konuşulanlar yön değiştirebilmiştir. Mülakatlar birinci araştırmacı tarafından yürütülmüş, her bir öğrenci ile ortalama 30 dakika sürmüş ve ses kaydına alınmıştır.



**Şekil 1: Örnek Mülakat Soruları**

**I. KISIM**

1. Bir fonksiyon yazıp, tanım ve değer kümelerini söyleyiniz.
2. Tanım kümesinin elemanları koordinat düzleminde hangi eksende gösterilmelidir?
3. Değer kümesinin elemanları koordinat düzleminde hangi eksende gösterilmelidir?
4. Aşağıdaki grafikleri inceleyiniz.



5. Bu grafiklerden hangisi doğrusal fonksiyon, hangisi sabit fonksiyon grafiğidir? Neden?

**II. KISIM**

1. a) Sıralı ikileri (1 saat, 7 YTL) nasıl oluşturduğunuzu açıklayınız.  
b) Burada maliyet neye göre oluşuyor?  
c) Sıralı ikililerin birinci ve ikinci bileşenini hangi eksen üzerine işaretlemek gerekir?  
e) Saat arttıkça maliyet nasıl değişir? Bunu bir eğri olarak gösteriniz.
2. a) Sıralı ikileri (1 saat, 27 YTL) nasıl oluşturduğunuzu açıklayınız.  
b) Burada maliyet neye göre oluşuyor?  
c) Sıralı ikililerin birinci ve ikinci bileşenini hangi eksen üzerine işaretlemek gerekir?  
e) Saat arttıkça maliyet nasıl değişir? Bunu bir eğri olarak gösteriniz.

## 2.4 Verilerin Analizi

Nitel araştırmalar çeşitlilik gösterdiğinden nitel verilerin toplanması ve analizi de çeşitlilik göstermektedir (Bogdan ve Biklen, 1998; s:158). Bunlardan sıklıkla kullanılanlardan biri içerik analizidir. İçerik analizinde araştırmacı belli kategoriler tanımlar ve bu kategorilere hangi tür verileri kodladığını belirterek her kategoriye örnekler verir (Bogdan ve Biklen, 1998). Bu çalışmada da elde edilen veriler içerik analizi yapılarak iki araştırmacı tarafından ayrı kodlanmış ve daha sonra araştırmacılar kodlamalarını birbirleri ile karşılaştırmıştır. Karşılaştırma sonucunda, iki araştırmacının kodlamalarının büyük oranda örtüştüğü görülmüş, farklı kodlamalar ve bu kodlamaların anlamları üzerinde fikir birliği sağlanıncaya kadar tartışılmıştır. Daha sonra bu kodlardan öğrencilerin sabit ve doğrusal fonksiyon kavramı ile bunların grafiksel gösterimi hakkındaki güçlüklerini ortaya koyabilecek belli kategoriler oluşturulmuştur. Kategoriler sürekli gözden geçirilerek güncellenmiş ve kategorileri artırmak veya azaltmak gibi bir çaba içinde olunmadığı gibi doğru cevapların ne olması gerektiği de düşünülmemiştir. Her bir kategoriye hangi tür verilerin kodlandığına dair örnekler verilmiştir.

## 3. BULGULAR VE SONUÇ

Öğrencilerin doğrusal ve sabit fonksiyon kavramı ile bunların grafiksel gösterimi algılarına ait bulgular aşağıda ayrı başlıklar altında sunulmuştur. Çalışmanın birinci ve ikinci aşamasından elde edilen bulgular bir arada verilmiştir. Tırnak içinde sunulan bulgular öğrencilerin kiralık motosiklet problemindeki sorulara yanıtlarıdır. Diyaloglar şeklinde sunulanlar ise mülakatlardan değiştirilmeden aktarılan ifadelerdir.

### 3.1. Doğrusal fonksiyon kavramına ait bulgular

Çalışmada öğrencilerin oluşturdukları doğrusal fonksiyon (Ek-1, 1-a) kuralları iki kategoride toplanmıştır. Doğrusal fonksiyonun anlamına yönelik bir tanımlama yapılmışsa bu “ $y=7x$ ” olarak kategori edilmiştir.

**Tablo 2: Doğrusal Fonksiyon Kavramına Ait Çizelge**

	$y=7x$	Diğer	Boş	Toplam
Doğrusal fonksiyon	73	40	17	130

Örneğin: “Ücret=7xsaat” veya “Kaç saat olursa bunu 7 ile çarpar ücreti hesaplarız”. “Ücret=7 YTL”, “Ücret=x.saat”, “Ücret=n<sup>7</sup>” gibi eşitlikler ise “Diğer” olarak kategori edilmiştir (Tablo 2). Tabloya göre çalışmada çok sayıda öğrenci sözel olarak verilen bir ifadeyi fonksiyonun cebirsel ifadesine dönüştürmede güçlük yaşamıştır.

### 3.1.1. Doğrusal fonksiyonun grafiksel gösterimine ait bulgular

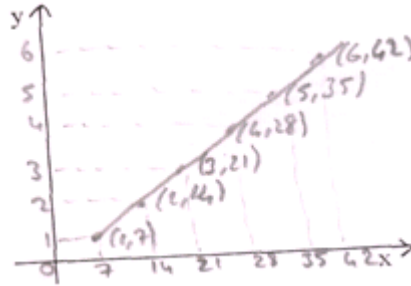
Öğrencilerin doğrusal fonksiyon grafiği çizimleri iki kategoride toplanmıştır. Doğrusal fonksiyonun grafiği (x, y) sıralı ikililerine göre artan bir doğru olarak çizilmiş ise “anlamlandırılmış”, (y, x) sıralı ikililerine göre artan bir doğru olarak çizilmiş ise “yarı anlamlandırılmış” olarak kategori edilmiştir.

**Tablo 3: Doğrusal Fonksiyonun Grafiksel Gösterimine Ait Çizelge**

	Anlamlandırılmış	Yarı Anlamlandırılmış	Boş	Toplam
Doğrusal fonksiyon	51	72	7	130

Tablo 3’e göre öğrencilerin büyük çoğunluğu fonksiyon grafiğini çizerken tanım kümesi elemanlarını y, değer kümesi elemanlarını ise x ekseninde işaretlemişlerdir (Şekil 2). Mülakatlarda bu konuya değinilmiş ve Tayfun’la yapılan mülakatın bir kısmı aşağıda sunulmuştur.

### Şekil 2: Doğrusal Fonksiyonun Grafiksel Gösterimine Örnek Cevap I



**Araştırmacı:** Çizdiğin grafikte y ekseninde Atilla’nın motosikleti kiraladığı saatler, x ekseninde ise bu saatlere göre ödeyeceği ücretler var. Bunu neye göre yaptın?

**Tayfun:** Öylesine yaptım.

**Araştırmacı:** Sence, bunun tersini yapsak olur muydu?

**Tayfun:** *Olurdu tabii... Saatleri ve ücreti y üzerinde ya da x üzerinde gösterebiliriz. Sonuçta aynı grafik ortaya çıkar.*

Bu diyalogdan anlaşıldığı üzere çalışmada öğrenciler (x, y) sıralı ikililerini eksenler üzerinde rastgele işaretlemişlerdir. Çünkü onlara göre tanım ve değer kümesinin elemanları ister x, ister y ekseninde işaretlensin sonuçta ortaya aynı çizgi grafiği çıkacaktır.

### 3.2. Sabit fonksiyon kavramına ait bulgular

Öğrencilerin oluşturdukları sabit fonksiyon (Ek-1, 2-a) kuralları iki kategoride toplanmıştır. Sabit fonksiyonun anlamına yönelik bir tanımlama yapılmışsa bu “ $y=a$ ” olarak kategori edilmiştir. Örneğin: “Ücret=27”, “Bir gün içinde kaç saat kiralarsa kiralasın 27 YTL öder” veya “Günlük ücret sabit 27 YTL’dir”. “Ücret=162 YTL”, “Ücret=n.saad”, “ $2n=27$ ” gibi eşitlikler ise “Diğer” olarak kategori edilmiştir.

**Tablo 4: Sabit Fonksiyon Kavramına Ait Çizelge**

	$y=a$ ( $a \in R$ )	Diğer	Boş	Toplam
Sabit fonksiyon	68	38	24	130

Tablo 4’e göre çok sayıda öğrenci sözel olarak verilen bir ifadeyi fonksiyonun cebirsel ifadesine dönüştürmede güçlük yaşamıştır. Ancak Tablo 2 ile Tablo 4 karşılaştırıldığında öğrencilerin sabit fonksiyonun cebirsel ifadesini yazma konusunda biraz daha zorlandıkları sonucu ortaya çıkmaktadır.

#### 3.2.1 Sabit fonksiyonun grafiksel gösterimine ait bulgular

Öğrencilerin sabit fonksiyon grafiği çizimleri üç kategoride toplanmıştır. Buna göre sabit fonksiyonun grafiği;

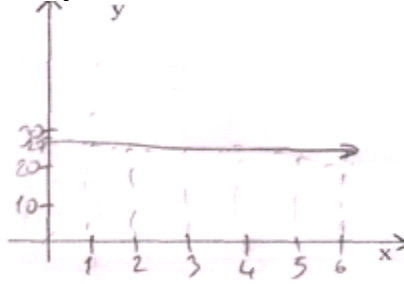
- (1) (x, y) sıralı ikililerine göre *sabit bir doğru* olarak çizilmiş ise “anlamlandırılmış”
- (2) (y, x) sıralı ikililerine göre *sabit bir doğru* olarak çizilmiş ise “yarı anlamlandırılmış”
- (3) (x, y) veya (y, x) sıralı ikililerine göre; *artan bir doğru* olarak çizilmiş ise “anlamlandırılmamış” olarak kategori edilmiştir. Bu üç ayrı kategoriye aşağıda yer verilmiştir.

Tablo 5: Sabit Fonksiyonun Grafiksel Gösterimine Ait Çizelge

	Anlamlandırılmış	Yarı anlamlandırılmış	Anlamlandırılmamış	Boş	Toplam
Sabit fonksiyon	31	26	64	9	130

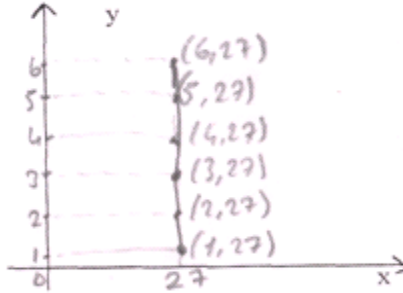
(1)**Anlamlandırılmış.** Çalışmada bazı öğrenciler istenen tabloyu fonksiyonun kuralına göre doldurmuş ve tablodaki sıralı ikilileri koordinat düzleminde işaretlemişlerdir. Sonuçta ortaya sabit bir fonksiyon grafiği (Şekil, 3) çıkmıştır.

Şekil 3: Sabit Fonksiyonun Grafiksel Gösterimine Örnek Cevap I



(2)**Yarı anlamlandırılmış.** Bazı öğrenciler istenen tabloyu doldurmuşlardır. Ancak (x, y) sıralı ikililerini koordinat düzleminde eksenler üzerinde ters olarak işaretlemişlerdir. Sonuçta ortaya ters eksenler üzerinde sabit bir fonksiyon grafiği (Şekil, 4) çıkmıştır.

Şekil 4: Sabit Fonksiyonun Grafiksel Gösterimine Örnek Cevap II



Mülakatlarda bu durumun nedenleri derinlemesine irdelenmiştir. Bu mülakatların analizi, bazı öğrencilerin sabit fonksiyonun grafiksel gösteriminin sabit düz bir çizgi şeklinde olması gerektiğini düşünmesine rağmen bu çizginin hangi eksende gösterileceği konusunda güçlük yaşadıklarını göstermektedir. Uğur'la yapılan mülakat, grafiği bu şekilde oluşturan öğrencilerin düşüncelerini yansıtmaktadır.

**Araştırmacı:** İstenen sıralı ikilileri  $(1,27)$ ,  $(2, 27)$ , ...olarak yazmışsın. Bunu  $(27, 1)$  olarak yazsak olur mu? Sana göre aralarında bir fark var mı?

**Uğur:** Yazabiliriz, bir fark olmaz.

**Araştırmacı:** Bunu grafik olarak gösterirsek nasıl bir çizgi çizmemiz gerekir?

**Uğur:** Düz bir çizgi. 3 saatte kiralasa, 7 saatte kiralasa aynı parayı öder (sabit fonksiyon grafiğini çizer).

**Araştırmacı:** 27'yi x eksenine işaretledin. Buna nasıl karar verdin?

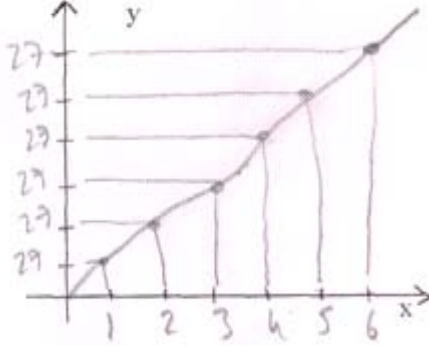
**Uğur:** Yanlış mı yaptım acaba, o halde y ekseninde göstersem (kararsız kalır, bir süre düşünür).

**Araştırmacı:** Sence buna nasıl karar veririz?

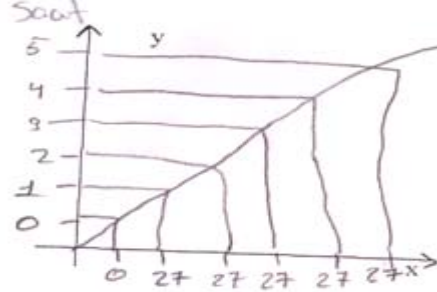
**Uğur:** Karar veremedim. Bilmiyorum.

**(3)Anlamlandırılmamış.** Çalışmada bazı öğrenciler fonksiyonun grafiğini çizerken tablodaki  $(x, y)$  ikililerini koordinat düzleminde işaretlemişlerdir. Ancak grafiği artan bir eğri (Şekil, 5) olarak çizmişlerdir. Bazı öğrenciler ise fonksiyonun grafiğini çizerken tablodaki sıralı ikilileri koordinat düzleminde eksenler üzerinde ters olarak işaretlemişlerdir. Grafiği de artan bir doğru (Şekil, 6) olarak çizmişlerdir.

Şekil 5: Sabit Fonksiyonun Grafikselleştirilmesine Örnek Cevap III



Şekil 6: Sabit Fonksiyonun Grafiksel Gösterimine Örnek Cevap IV



Bu kategorideki öğrencilerin çoğunluğunun algısını yansıtan diyalog aşağıda sunulmuştur.

**Araştırmacı:** (koordinatları işaretler) Nasıl bir grafik olur?  
**Hasan:** Şimdi, 1 e 27, 2 ye 27 şeklinde devam eder.  
**Araştırmacı:** Çizgi grafik olarak gösterirsek, nasıl bir çizgi olur?  
**Hasan:** Düz bir çizgi hocam  
**Araştırmacı:** Çizebilir misin?  
**Hasan:** (Orijinden başlayıp artan bir grafik çizer)  
**Araştırmacı:** (orijini işaret ederek) Grafiği buradan başlattın. Buranın koordinatları nedir sana göre?  
**Hasan:** Sıfıra sıfır, çünkü motosiklet kiralamıyor ve maliyeti de olmuyor.  
**Araştırmacı:** Sana göre buradaki fonksiyonun tanım ve değer kümesi nedir?  
**Cenk:** Motosikleti kiralamanın değeri olacağı için değer kümesi saatlerin kümesidir. Ücret ise tanım kümesidir. Zaten tanım tanımlamak demektir.

Hasan ve Cenk'in ifadelerinden ve diğer mülakatlardan anlaşıldığı kadarıyla bu kategorideki öğrenciler fonksiyon kavramı, fonksiyonun tanım ve değer kümesi, fonksiyonun grafiksel gösterimi konusunda matematiksel tanımları kullanmamaktadırlar. Öğrenciler bunun yerine bu kavramlara kendi kişisel anlamlarını yüklemektedirler.

#### 4. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu çalışmada meslek lisesi öğrencilerinin: (a) doğrusal fonksiyon kavramı ve grafiksel gösterimi algılarını, (b) sabit fonksiyon kavramı ve grafiksel gösterimi algılarını, (c) öğrencilerin var olan algılarının sebeplerini belirlemek amaçlanmıştır. Çalışma, endüstri meslek lisesi elektrik-elektronik teknolojileri (ET) ve bilişim teknolojileri (BT) alanında öğrenim gören 130 onuncu sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür.

Verilerin analizi sonucunda öğrencilerin genel olarak fonksiyon kavramı algılarının zayıf olduğu, fonksiyon tanımını işlevsel olarak kullanamadıkları ve aşağıda sıralanan noktalarda temel güçlüklerinin olduğu belirlenmiştir:

- ❖ Fonksiyonun tanım ve değer kümesini belirleme
- ❖ Tanım ve değer kümesi elemanlarının koordinat düzleminde gösterilmesi
- ❖ Fonksiyonun tablo, cebirsel denklem ve grafiksel gösterimleri arasında dönüşüm yapma
- ❖ Doğrusal ve sabit fonksiyonun grafiğini tanıma

Çalışmanın sonuçları, bu güçlüklerden ilk üçünün en önemli sebebinin öğrencilerin küme eşlemesi tanımıyla fonksiyon kavramını tam olarak anlamlandıramadıklarını göstermektedir. Nitekim Vinner (1983) küme eşlemesi tanımının öğrenciler için oldukça soyut olduğunu ve öğrencilerin çekirdek fonksiyon kavramını küme eşlemesi sınırlandırmasıyla edinemeyeceklerini; Thompson (1994) da öğrencilerin çekirdek fonksiyon kavramını yapılandırmadan fonksiyonun denklem veya grafik gibi farklı temsilleri arasında geçiş yapamayacaklarını ifade etmektedir. Öğrencilerin fonksiyonun grafiksel gösterimiyle ilgili güçlükleri ise Romberg ve diğerleri' ne (1993), göre fonksiyon grafiğinin öğrenciler için zor ve zaman alıcı olmasından ileri gelmektedir. Araştırmacılar bu sebeple okullarda fonksiyon grafiğinin öğretiminde teknolojiden yararlanılmasını önermişlerdir. Son yıllarda yapılan çalışmalar da (Baki & Öztekin, 2003; Tuluk & Kaçar, 2007; O'Callaghan, 1998; Yerushalmy ve Schwartz, 1993) teknoloji kullanımının öğrencilerin fonksiyon kavramını öğrenmesini olumlu etkilediği iddiasını desteklemektedir.

Endüstri meslek liselerinde öğrenciler bilişim teknolojisi, elektrik-elektronik gibi alanlarda mesleki ve teknik eğitim almaktadırlar. Dolayısıyla öğrencilerin fonksiyon kavramı ve özellikle fonksiyonun grafiksel gösterimi konusunda matematiksel tanımları daha ustalıkla kullanmaları beklenmektedir. Viirman' in (2002) öğretmen adayları ile mühendis adaylarının fonksiyon algılarını incelediği ve mühendis adaylarının lehine önemli bir fark bulduğu çalışması bu görüşü desteklemektedir. O halde endüstri meslek lisesi öğrencilerinin fonksiyon kavramıyla ilgili anlama güçlüklerini aşmak için onların öğrenim gördükleri mesleki alanı temel alan problem durumlarının kullanılması hem kavramsal anlamayı sağlamak hem de öğrencileri matematik öğrenmeye motive etmek için yararlı olabilecektir. Bu problemlerde özellikle bağımlı ve bağımsız değişkenler belirlenmesi ve koordinat



ekseninde gösterilmesi konuları vurgulanmalıdır. Ayrıca, öğrencilerin cebirsel, yazılı ve grafiksel gösterimleri algılaması ve bu gösterimler arasında ilişki kurabilmesine yardımcı olması için grafik çizilebilen hesap makinesi veya bilgisayar yazılımları gibi uygun teknolojiler kullanılabilir.

#### KAYNAKLAR

**Alkan, C., Doğan, H. ve Sezgin, İ. (1998).** Mesleki ve Teknik Eğitimin Esasları Ankara: Alkım Yayınları

**Akkoç, H. (2006).** Fonksiyon kavramının çoklu temsillerinin çağrıştırdığı kavram görüntüleri H. Ü. Eğitim Fakültesi Dergisi 30 (2006) 1-10.

**Aydın, M. & Köğce, D. (2008).** Öğretmen adaylarının denklem ve fonksiyon kavramlarına ilişkin algıları. Y. Y. Ü. Eğitim Fakültesi Dergisi 5 (2008) 46-58

**Baki, A., & Öztekin, B. (2003).** Excel yardımıyla fonksiyonlar konusunun öğretimi. Kastamonu Eğitim Dergisi, 11(2), 325-338.

**Bogdan, R., & Biklen, S. (1998).** Qualitative research for education: An introduction to theory and methods. Boston: Allyn and Bacon.

**Cooney, T. J., & Wilson, M. R. (1993).** Teachers' thinking about functions: Historical and research perspectives. In T. Romberg, E. Fennema, & T. Carpenter (Eds.), Integrating research on the graphical representation of function (ss. 131-158). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

**Demana, F. , Schoen, H. ,Waits, B. (1993).** Graphing in the K-12 curriculum: The impact of the graphing calculator. In T. Romberg, E. Fennema, & T. Carpenter (Eds.), Integrating research on the graphical representation of function (ss. 11-40). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

**DFE (1997).** Mathematics in the national curriculum. London: DFE Welch Office.

**Evangelidou, A., Spyrou, P., Elia, I. ve Gagatsis, A. (2004).** University Students' Conceptions of Function. Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2, (sf. 351-358).

**Ginsburg, P. H. (1997).** Entering the child's mind: The clinical interview in psychological research and practice. Cambridge University Press.

**Harel, G., & Dubinsky, E. (1992).** The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy. Washington, DC: Mathematical Association of America.

**Hatisaru, V. , Küçükturan, G. A. (2009).** Vocational and technical education problem-based learning exercise: Sample scenario. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 1(1), 1944-1948.

**Köse, M. R. (1996).** Üniversiteye giriş ve liselerimiz. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 15, 51-60.

**Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (2005).** Matematik Dersi Öğretim Programı ve Kılavuzu (9-12. Sınıflar), Ankara.

**National Council of Teachers of Mathematics (1989).** Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM.

**National Council of Teachers of Mathematics (2000).** NCTM Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: NCTM.

**Norman, F. A. (1993).** Integrating research on teachers' knowledge of functions and their graphs. In T. Romberg, E. Fennema, & T. Carpenter (Eds.), Integrating research on the graphical representation of function (ss. 159-188). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

**O'Callaghan, B. (1998).** Computer-Intensive algebra and students' conceptual knowledge of functions. Journal for Research in Mathematics Education, 29(1), 21-40.

**Ponte, J. P. (1990).** The history of the concept of function and some educational implications. The Mathematics Educator, 3(2). 3-8.

**Romberg, E. Fennema, & T. Carpenter (1993).** Integrating research on the graphical representation of function. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

**Rider, R. (2004).** The effect of multi-representational methods on students' knowledge of function concepts in developmental college mathematics. Yayınlanmamış Doktora Tezi.

**Seale, C. (2004).** Generating grounded theory. In C. Seale (Ed.), *Researching Society and Culture* (ss. 236-249). Sage Publications.

**Slavin, R. E. (2007).** *Educational research: In an age of accountability.* Pearson.

**Tekin, B., Konyahoğlu, A. C., & Işık, A. (2009).** Ortaöğretim öğrencilerinin fonksiyon grafiklerini çizibilme becerilerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 17 (3), 919-932.

**Thompson, P. W. (1994).** Students, functions, and the undergraduate curriculum. In E. Dubinsky, A. Schoenfeld, & J. Kaput (Eds), *Research in Collegiate Mathematics Education-I*, v4 (ss. 21-44). Providence RI: American Mathematical Society.

**Tuluk, G., & Kaçar, A. (2007).** Bilgisayar cebir'i sistemlerinin (CBS) fonksiyon kavramının öğretimine etkisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 15(2), 661-674.

**Vinner, S. (1983).** Concept definition concept image and the notion of function. *International Journal for Mathematics Education in Science and Technology*, 14(3), 293-305.

**Vürman, O. (2002).** Different views- Teacher and engineering students on the concept of function. Department of Mathematics, Natural and Computer Sciences, University of Gävle, Sweden.

**Yıldırım, A. F. (2003).** Lise Öğrencilerinin Lise-1 Fonksiyonlar Konusundaki Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

**Yerushalmy, M., & Schwartz, J. L. (1993).** Seizing the opportunity to make algebra mathematically and pedagogically interesting. In T. Romberg, E. Fennema, & T. Carpenter (Eds.), *Integrating research on the graphical representation of function* (ss. 41-68). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

**Wilson, M. R. (1991).** A model of secondary students' construction of the concept of function. *The Mathematics Educator*, 2(1), 6-12.

### EK-1: Kiralık Motosiklet Problemi

**Sevgili öğrenciler;** Bu problem sizin doğrusal fonksiyon kavramı ve grafiksel gösterimi; sabit fonksiyon kavramı ve grafiksel gösterimi hakkındaki algılarınızı belirlemek amacıyla hazırlanmıştır. Problem sorularına verdiğiniz yanıtlarla ilgili herhangi bir puanlama yapılmayacaktır ve sonuçlar bir araştırma projesinde kullanılacaktır. Teşekkür ederim...

Atilla günün belli saatlerinde kullanmak üzere bir motosiklet kiralamak istiyor. Motosiklet kiralayacağı iki firma var. Bu firmalardan Ref Tur'un istediği fiyat saatlik 7 YTL, Bilen Tur' un istediği fiyat ise gün içinde saat limiti olmaksızın günlük 27 YTL'dir.

1. Atilla'nın motosikleti kiralayacağı saat ve firmaya ödemesi gereken ücret ilişkisini belirten aşağıdaki iki tabloyu açıklayarak doldurunuz.

#### Ref Tur

Saat	1	2	3	4	5	6
Ücret						

- a. Motosikleti n saatliğine kiralamak isterse ne kadar ödemesi gerekir? Bir kural yazarak açıklayınız.
- b. Tablodaki sayıları sıralı ikililer şeklinde yazınız ve bunları kullanarak grafiği çizin.



2. Aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

**Bilen Tur**

Saat	1	2	3	4	5	6
Ücret						

- Motosikleti n saatliğine kiralamak isterse ne kadar ödenmesi gerekir. Bir kural yazarak açıklayınız.
- Tablodaki sayıları sıralı ikililer şeklinde yazınız ve bunları kullanarak grafiği çiziniz.

